Persistenter Identifier:	1532432313942_8
Titel:	Sammlung von Umdrucken zu den [Übungen der Vorlesungen] von [Anton Edler von] Braunmühl, [Martin] Näbauer, [Heinrich] Liebmann und [Wilhelm] Kutta zu Algebra und Trigonometrie vom Wintersemester 1900/01 bis Wintersemester 1911/12 an der Technischen Hochschule München
Autor:	Braunmühl, Anton von Kutta, Wilhelm Liebmann, Heinrich Näbauer, Martin
Ort:	Stuttgart
Datierung:	1900-1912
Signatur:	UASt 60/8
Strukturtyp:	volume
Lizenz:	https://creativecommons.org/publicdomain/mark/1.0/deed.de
PURL:	https://digibus.ub.uni-stuttgart.de/viewer/image/1532432313942_8/1/

Abschnitt:	Trigonometrie. Sommersemester 1907
Strukturtyp:	chapter
Lizenz:	https://creativecommons.org/publicdomain/mark/1.0/deed.de
PURL:	https://digibus.ub.uni-stuttgart.de/viewer/image/1532432313942_8/191/LOG_0019/

III, 1907. **Trigonometrie.** 14

Semestralprüfung.

1. Man berechne x aus der trigonometrischen Gleichung:

$$4\sin x - 5\cos x = 2$$

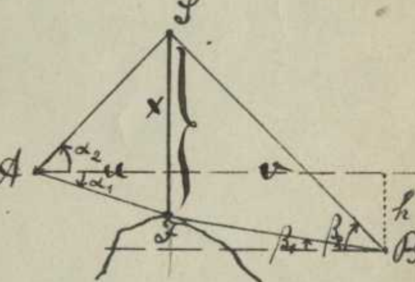
2. Vom Dreieck ABC sind gegeben der Winkel $\gamma = 60^\circ$, die Höhe $= 2$, und das Produkt der drei Seiten $abc = M = 15$. Man berechne anderen beiden Winkel des Dreiecks!

3. Man beweise durch trigonometrische Umformung, dass, wenn $= \frac{a+b+c}{2}$ abgekürzt ist,

$$4\sin s \cdot \sin(s-a) \cdot \sin(s-b) \cdot \sin(s-c) = 1 - \cos^2 a - \cos^2 b - \cos^2 c + 2\cos a \cos b \cos c$$

t!

4. Fusspunkt und Spitze einer verticalen Säule werden von den Punkten A und B aus gezielt, und die Höhenwinkel $\alpha_1 = -7^\circ 12'$ und $= 18^\circ 56'$, resp. $\beta_1 = 0^\circ 45'$ und $\beta_2 = 16^\circ 8'$ gemessen. Weiter weiss man, dass A um $h = 12$ m höher als B gelegen ist. Man suche die Höhe der Säule FS!



5. Ein gleichseitiges sphärisches Dreieck und sein Polardreieck sollen zusammen gerade $\frac{1}{3}$ der Kugelfläche bedecken. Man bestimme daraus die Seite a und den Winkel α des Dreiecks! [Dabei soll die Beziehung $\sin\frac{\alpha}{2} \cdot \cos\frac{a}{2} = 1$ zwischen Seite und Winkel jedes gleichseitigen sphärischen Dreiecks als bekannt angenommen werden.]

.V, 1907. # Trigonometrie. № 15

Aufgaben.

1. Man zeige, dass
$$\cos(\alpha+\gamma)\cdot\cos(\beta+\gamma) = \sin\alpha\cdot\sin\beta + \cos\gamma\cdot\cos(\alpha+\beta+\gamma) \text{ ist!}$$

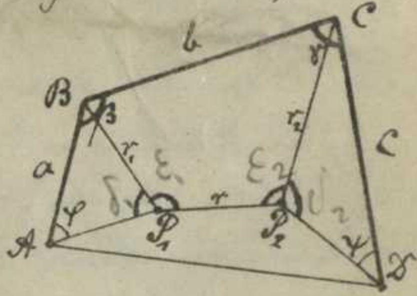
2. Wie lang ist das Bogenstück, das von der Peripherie eines Kreises m Radius 1 übrig bleibt, wenn man 7 Mal je die halbe Seite des em Kreise eingeschriebenen regulären Dreiecks fortlaufend als Sehne iträgt?

3. Von einem Trapez sind gegeben: Die Differenz der beiden parallen Seiten $a-c$, eine der anderen Seiten b, und die beiden Diagoalen des Trapezes. Wie berechnen sich die anderen Stücke des Trapezes?

Wie aber gestaltet sich die Lösung, wenn statt der Differenz der arallelen Seiten deren Summe $a+c$ gegeben ist?

Zahlenbeispiel: $a+c = 14$ cm, $b = 5$ cm, Diagonalen 9 resp. 8 cm.

4. Von den unbekannten Punkten P_1 und P_2 s ist rückwärts eingeschnitten worden, und ar von P_1 aus nach P_2, und den bekannten nkten A und B, von P_2 aus nach P_1 und den ekannten Punkten C und D. Man zeige, wie sich



raus etwa $BP_1 = r_1$, $CP_2 = r_2$, und $P_1P_2 = r$ berechnen lassen. Die bekannten tücke sind stark bezeichnet. Man berechne zunächst die Winkel φ und ψ ttelst des Sinussatzes der Dreiecke ABP_1 und CDP_2, und des Projektionstzes für das Viereck BCP_2P_1!

5. Ein Punkt P teilt die Diagonale eines Quadrates $ABCD$ von der eitenlänge 1 im Verhältniss 1:2. Senkrecht über diesem Punkte P der Quadratebene liegt in der Höhe 2 ein Punkt S. Welche Winkel bilden die Seitenlächen der vierseitigen Pyramide $SABCD$ mit einander?

6. Ein sphärisches Viereck hat gegebenen Inhalt J und gegebenen Umfang u. Weiter weiss man, dass seine 4 Ecken ein ebenes Rechteck bilden. Man berechne die Seiten und die Winkel des sphärischen Vierecks.

Zahlenbeispiel $u = 160°$; $J = \frac{1}{40}$ der Kugelfläche.

Wie gross darf bei gegebenem Umfang u der Inhalt J höchstens gewählt werden, damit die Lösung reell bleibt?

7. Im sphärischen Dreieck ABC (Seiten a, b, c, Excess ε) sind die Mittelpunkte der Seiten A' (von BC), B', C' durch grösste Kreisbögen mit einander verbunden. Man beweise, dass

$$\boxed{\cos\frac{\varepsilon}{2}} = \frac{\cos B'C'}{\cos\frac{a}{2}} = \frac{\cos C'A'}{\cos\frac{b}{2}} = \boxed{\frac{\cos A'B'}{\cos\frac{c}{2}}} \text{ ist!}$$

Weiter berechne man die Fläche des Dreiecks $A'B'C'$, wenn die Winkel des Dreiecks ABC als $\alpha = 60°$; $\beta = 80°$; $\gamma = 100°$ gegeben sind.

8. Von einem Punkte der Erde, dessen geographische Breite φ, geographische Länge λ ist, ist unter dem Azimute α ein Grosskreisbogen von der Länge L km gezogen. Wie findet man die geographische Breite und Länge des Endpunktes dieses Bogens?

9. Die Deklination des Polarsternes ist $88°48'$. Welchen Fehler kann man höchstens begehen, wenn man a) in München, Breite $48°8'$; b) auf der höchsten von Nansen erreichten Breite $84°10'$ die Nordrichtung nach dem Polarstern bestimmt?

10. Eine Sonnenuhr soll auf eine Verticalwand eingezeichnet werden, deren Azimut $\alpha = 15°$ ist. Die geographische Breite des Ortes ist $\varphi = 50°$. Unter welchem Winkel ist der Schatten des (zur Weltaxe parallelen) Zeigers auf der Wand um 3 Uhr Nachmittag gegen die Verticale geneigt?

[...]$21.\overline{\text{I}}.1907.$

Trigonometrie.

№ 16

Aufgaben.

1. Zwei Orte auf der Erde haben dieselbe Breite $\varphi = 30°$, und die Längendiffe=[...]nz $\lambda = 120°$. Wie gross ist der Unterschied der Bogenlängen des sie verbindenden Parallelkreises und grössten Kugelkreises? Für welche Breite φ wird [be]i gegebenem $\lambda = 120°$ dieser Unterschied ein Maximum?

2. Man beweise die Formel für den sphärischen Excess ε:

$$\operatorname{tg}\frac{\varepsilon}{2} = \frac{\sin\alpha}{\operatorname{cotg}\frac{b}{2}\cdot\operatorname{cotg}\frac{c}{2}+\cos\alpha}$$

, die den Inhalt eines sphärischen Dreiecks aus [zw]ei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel zu berechnen erlaubt.

3. Ebenso, am einfachsten aus den Delambreschen Formeln für $\sin\frac{\alpha+\beta}{2} = \cos\frac{\gamma-\varepsilon}{2}$ und für $\cos\frac{\alpha+\beta}{2} = \sin\frac{\gamma-\varepsilon}{2}$, dass

$$\sin\frac{\varepsilon}{2} = \sin\gamma\cdot\frac{\sin\frac{a}{2}\,\sin\frac{b}{2}}{\cos\frac{c}{2}}.$$

[M]it Hilfe dieser Formel zeige man, dass, wenn D der Mittelpunkt von AB ist, und [ε_1] und ε_2 die sphärischen Excesse der Dreiecke ACD und BCD sind, die Beziehung [b]esteht: $\sin\frac{\varepsilon_1}{2}\cdot\cos\frac{b}{2} = \sin\frac{\varepsilon_2}{2}\cdot\cos\frac{a}{2}$.

4. Sei abgekürzt $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \lambda_1$, $\operatorname{tg}\frac{\beta}{2} = \lambda_2$, $\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2} = \lambda_3$, sowie $\operatorname{cotg}\frac{a}{2} = l_1$, [co]$\operatorname{tg}\frac{b}{2} = l_2$, $\operatorname{cotg}\frac{c}{2} = l_3$, so sind nach Study die vier Ausdrücke

$$\frac{1+l_2 l_3}{[\ldots](\lambda_2+\lambda_3)}\;;\quad -\frac{1-l_2 l_3}{1-\lambda_2\lambda_3}\;;\quad \frac{l_1(l_2+l_3)}{1+\lambda_2\lambda_3}\;;\quad -\frac{l_1(l_2-l_3)}{\lambda_1(\lambda_2-\lambda_3)}$$

einander gleich.

5. Zwei Punkte am Himmel sind durch ihre Höhen h und h' sowie ihre Azi=[m]ute a und a' gegeben. Man drücke die Höhe H des Halbirungspunktes [i]hres grössten Kreisbogens in möglichst eleganter Formel direkt durch die gegebenen Stücke aus!

6. Man zeige, dass die Bedingung dafür, dass drei Punkte der Erde mit [de]n geographischen Breiten, resp. Längen $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ resp. $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ auf [ei]nem grössten Kugelkreise liegen, sich durch die Gleichung:

$$\operatorname{tg}\varphi_1\cdot\sin(\lambda_2-\lambda_3) + \operatorname{tg}\varphi_2\cdot\sin(\lambda_3-\lambda_1) + \operatorname{tg}\varphi_3\cdot\sin(\lambda_1-\lambda_2) = 0$$

darstellen lässt!

7. Wenn man die Fläche eines ebenen Quadrates, dessen Seitenlänge gleich de zu 1° gehörigen Bogenlänge ist, als einen „Quadratgrad" bezeichnet, wie viele Quadratgrade enthält dann die Kugelfläche? Wie viele Quadratgrade Fläche besi ein sphärisches Quadrat auf der Kugel, dessen Seite a) = 10°, b) = 1°, c) = 1' ist? Wie viele Quadratgrade Fläche liegen zwischen zwei Meridianen vom Winkel α; wie viele zwischen dem Aequator und dem Parallelkreise von der Breite $\varphi = 1°$?

8. Man berechne aus drei auf der östlichen Seite des Meridians gemessenen Höhen eines Fixsterns ($h = 35°29'27{,}3''$; $h' = 50°3'27''$; $h'' = 65°26'3''$) winkel der ersten Beobachtung, wenn die Zeitdifferenzen zwischen der ersten und der zweiten Beobachtung ($t = 1^h 20^m 4^{sec}$) und zwischen der zweiten und dritten Beobachtung ($t' = 1^h 54^m 15^{sec}$) gegeben sind!

9. Welches ist die geographische Breite eines Ortes, für den die Sterne Siri (Rektascension $100°0'36''$, Deklination $-10°33'31''$) und Rigel (Rektascens $77°14'26''$, Deklination $-8°20'12''$) gleichzeitig aufgehen?

10. Zwei nahe Orte auf der Erde besitzen die geographische Breite und Länge φ, λ resp. $\varphi + \Delta\varphi, \lambda + \Delta\lambda$. Wenn am ersten Orte die Höhe und das Azimut eines Sternes gleich h und a beobachtet sind, wie gross war dann Höhe und Azimut desselben Sternes im selben absoluten Zeitmoment am zweiten Orte?

11. Man suche die Curve derjenigen Punkte der Erde auf, für die ein gegebener Stern im selben Momente im Osten steht, wie für den gegebenen Punkt φ_0, λ_0!