Persistenter Identifier:	1532432313942_8
Titel:	Sammlung von Umdrucken zu den [Übungen der Vorlesungen] von [Anton Edler von] Braunmühl, [Martin] Näbauer, [Heinrich] Liebmann und [Wilhelm] Kutta zu Algebra und Trigonometrie vom Wintersemester 1900/01 bis Wintersemester 1911/12 an der Technischen Hochschule München
Autor:	Braunmühl, Anton von Kutta, Wilhelm Liebmann, Heinrich Näbauer, Martin
Ort:	Stuttgart
Datierung:	1900-1912
Signatur:	UASt 60/8
Strukturtyp:	volume
Lizenz:	https://creativecommons.org/publicdomain/mark/1.0/deed.de
PURL:	https://digibus.ub.uni-stuttgart.de/viewer/image/1532432313942_8/1/

Abschnitt:	Trigonometrie. Sommersemester 1908
Strukturtyp:	chapter
Lizenz:	https://creativecommons.org/publicdomain/mark/1.0/deed.de
PURL:	https://digibus.ub.uni-stuttgart.de/viewer/image/1532432313942_8/237/LOG_0023/

12. V. 1908 **Trigonometrie.** № 15

Aufgaben.

1. Von einem ebenen Dreieck kennt man den Winkel γ, den Inkreisradius ρ und die Summe der Ankreisradien. Man berechne die Winkel und die Seiten des Dreiecks! Zahlenrechnung für $\gamma = 72^\circ$; $\rho = 1{,}6$ cm; $S = 15$ cm. Endlich gebe man an, zwischen welchen Grenzen bei gegebenem ρ und S der Winkel γ liegen muss, damit die Lösung der Aufgabe reell ist!

2. In einem ebenen Tangentenviereck sind gegeben zwei Gegenseiten $a = 12$ cm; $c = 8$ cm; ferner die Fläche Δ zwischen den Vierecksseiten und dem einbeschriebenen Kreise $= 9\ \text{cm}^2$. Endlich soll das Viereck auch noch ein Sehnenviereck sein! Berechnung und Determination!

3. Der Mittelpunkt des dem Dreieck ABC umschriebenen Kreises hat von den Dreiecksseiten je die Entfernungen d, e, f. Wie berechnet sich das Dreieck?

4. Der Mittelpunkt des Dreieck ABC einbeschriebenen Kreises hat von den Dreiecksecken je die Entfernungen g, h, i. Wie gestaltet sich hier die Berechnung?

5. Die Seiten eines sphärischen Vierecks seien a, b, c, d; die sphärischen Diagonalen e und f; der Diagonalenwinkel ε.
Man beweise: $\sin e \cdot \sin f \cdot \cos\varepsilon = \pm[\cos a \cos c - \cos b \cos d]$!

6. Wie lang ist der kürzeste Weg für die englischen Transatlantischen Telegraphenkabel, welche die Insel Valentia bei Irland mit Neufundland verbinden? Breite des Anfangspunktes $51^\circ 55'$ nördlich; des Endpunktes $47^\circ 42'$ nördlich. Längenunterschied beider $42^\circ 59'$!

7. Es seien α und δ die Rektascension und die Deklination eines Sternes; λ und β seine astronomische Länge und Breite; ε die Schiefe der

Ekliptik. Man beweise die Richtigkeit der Formel:

$$\cos\varepsilon = \frac{\sin\beta . tg\lambda + \sin\delta . tg\alpha}{\sin\beta . tg\alpha + \sin\delta . tg\lambda}$$

8. Man berechne die Änderung der Rektascension und der Deklination eines Sternes in der Zeit vom Jahre 1900 – 1908 infolge der Präcession der Äquinoktien, wenn seine Coordination auf den Äquator bezogen 1900 $\alpha = 5^h 41^m 17{,}2^{sec}$ und $\delta = 83^\circ 57' 26''$ waren!

Zu beachten ist die unten stehende Correctur zu Blatt 12!

9. An einer Sonnenuhr in München (geograph. Breite 48°8') wird der Schatten des (zur Weltaxe parallelen) Zeigers beobachtet.

a). Die Ebene der Sonnenuhr ist horizontal. Der beobachtete Schatten bildet den Winkel 45° gegen die Nordrichtung.

b) die Ebene der Sonnenuhr ist vertical, und der Azimut dieser Verticalwand beträgt 15°. Der beobachtete Schatten bildet den Winkel 45° gegen die Lotrichtung.

Man gebe für beide Fälle je die wahre Zeit der Beobachtung an!

10. Zwei nahe Orte auf der Erde besitzen die geographischen Längen und Breiten l und φ, resp. $l+\Delta l$, $\varphi+\Delta\varphi$. Wenn nun am ersten Orte die Höhe und das Azimut eines Sternes gleich h und a beobachtet sind, wie gross war dann Höhe und Azimut desselben Sternes im gleichen absoluten Zeitmoment (– oder zweitens um den Zeitbetrag Δt später –) am zweiten Orte?

<u>Correctur.</u> zu Blatt 12, Seite 4, Zeile 3 von oben.

Statt „Rektascension eines Sternes" lies

„Rektascension des Frühlingspunktes."

2, VI, 1908. **Trigonometrie.** № 16

Aufgaben.

1. Vom Transversalenschnittpunkt im Dreieck ABC seien die Lote MD, ME, MF auf die Seiten gefällt. Man beweise, dass:

a) der Inhalt des Dreiecks $DEF = \frac{1}{18}(a^2+b^2+c^2) \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma$ ist;

b) die Summe der Kreisflächen um die Vierecke $DMEC$, $EMFA$, $FMDB$ gleich $\frac{\pi}{12}(a^2+b^2+c^2)$ ist!

2. Gegeben sind die drei Punkte A, B, C, dann eine Visur von B nach dem unbekannten Punkte D, etwa Winkel CBD. Weiter weiss man, dass beim Rückwärtseinschneiden von D aus AB und BC unter demselben (aber unbekannten) Winkel erscheint. Wie findet man die Lage von D?

3. An einem Tage um 3 Uhr mitteleuropäische Zeit, während die Sonnendeklination $+20°35'$ beträgt, wirft eine Säule auf die Böschung eines Berges, auf dessen Spitze sie steht, einen Schatten von 17 m Länge. Der Abfall des Berges beträgt $15\frac{1}{2}°$, der Ort ist München ($\varphi = 48°8'$), die Zeitgleichung beträgt $+6$ Minuten. Wie hoch ist die Säule?

4. Im Innern eines Quadrates ist ein Punkt eingezeichnet; seine Entfernungen von den Ecken haben die Längen a, b, c, d. Welche Bedingungsgleichung muss zwischen a, b, c, d erfüllt sein, und wie gross ist die Seite des Quadrates? Wie gross die Winkel der Verbindungslinien?

5. Im sphärischen Dreieck ABC sind die Winkel $\alpha = 60°$, $\beta = 20°$, $\gamma = 80°$ gegeben. Durch den Mittelpunkt der Seite AB soll ein Grosskreis so gelegt werden, dass er die Fläche des Dreiecks halbirt! Welchen Winkel muss er gegen BC bilden?

6. Zwei auf demselben Meridian in den nördlichen Breiten $\varphi_1 = 48°16'$ und $\varphi_2 = 40°52'$ liegende Orte (Linz und Neapel) haben am längsten Tage zu einer gewissen Nachmittagszeit gleiche Sonnenhöhe. Um wieviel Uhr (nach

mittlerer Ortszeit) ist dies der Fall, und wie gross ist die betreffende Sonnenhöhe? Zeitgleichung $+1^m 30^{sec}$!

7. Welches ist die geographische Breite eines Ortes, für den die Sterne Sirius (Rektasc. $100^\circ 0' 36''$, Dekl. $-10^\circ 33' 31''$) und Rigel (Rektascension $77^\circ 14' 26''$, Dekl. $-8^\circ 20' 12''$) gleichzeitig aufgehen?

8. Man setze den Gang der Lösung der Pothenotschen Aufgabe (Rückwärtseinschneiden) auf der Kugel an!

9. Im sphärischen Dreieck ABC (Seiten a, b, c, Excess ε) sind die Mittelpunkte der Seiten A' (von BC), B', C' durch Hauptkreisbögen mit einander verbunden. Man beweise, dass:

$$\cos\frac{\varepsilon}{2} = \frac{\cos B'C'}{\cos\frac{a}{2}} = \frac{\cos C'A'}{\cos\frac{b}{2}} = \frac{\cos A'B'}{\cos\frac{c}{2}} \quad \text{ist!}$$

Weiter berechne man die Fläche des Dreiecks $A'B'C'$, wenn ursprünglich nur die Winkel des Dreiecks ABC $\alpha = 60^\circ$; $\beta = 80^\circ$, $\gamma = 100^\circ$ gegeben sind!

10. Wenn in einem sphärischen Dreieck ein Winkel gleich der Summe der beiden anderen ist, so ist die grösste Seite gleich dem Doppelten der Entfernung ihres Mittelpunktes von der gegenüberliegenden Ecke! (Analogie zum ebenen Dreieck! Man suche noch andere ähnliche Analogieen!)

11. Über den 3 Seiten eines gegebenen ebenen Dreiecks ABC sind gleichschenklige Dreiecke mit dem Basiswinkel ϑ errichtet. Man zeige, dass, wenn das von ihren Spitzen gebildete Dreieck $A'B'C'$ dem gegebenen ähnlich werden soll, ϑ der Bedingung genügen muss

$$tg\,\vartheta = \frac{\sin\alpha \sin\beta \sin\gamma}{1+\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma} \quad !$$

12. Wird durch P ein beliebiger Hauptkreis gelegt, der einen gegebenen Kleinkreis in A und B schneidet, so ist das Produkt $tg\left(\frac{1}{2}PA\right) \cdot tg\,\frac{1}{2}(PB)$ constant, d.h. von der speziellen Wahl des Hauptkreises unabhängig. Beweis!

Werden von einem beliebigen Punkte H eines Hauptkreises $\mathcal{H}$ die beiden sphärischen Tangenten HA und HB an einen gegebenen Kleinkreis gelegt, so ist: $tg\,\frac{1}{2}(\mathcal{H}HA) \cdot cotg\,\frac{1}{2}(\mathcal{H}HB)$ von der Wahl von H auf $\mathcal{H}$ unabhängig.