

**Persistenter Identifier:** 1554117854977\_J1867

**Titel:** Jahres-Bericht der Königl. Polytechnischen Schule zu Stuttgart für das Studienjahr 1867/68

**Ort:** Stuttgart

**Datierung:** 1867

**Signatur:** w. G. qt 52

**Strukturtyp:** volume

  

**Lizenz:** <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

**PURL:** [https://digibus.ub.uni-stuttgart.de/viewer/image/1554117854977\\_J1867/1/](https://digibus.ub.uni-stuttgart.de/viewer/image/1554117854977_J1867/1/)

  

**Abschnitt:** Druckcurve

**Strukturtyp:** chapter

  

**Lizenz:** <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

**PURL:** [https://digibus.ub.uni-stuttgart.de/viewer/image/1554117854977\\_J1867/6/LOG\\_0007/](https://digibus.ub.uni-stuttgart.de/viewer/image/1554117854977_J1867/6/LOG_0007/)

Gewölben grösser, als die Gefahr des Gleitens der Gewölbtheile an einander. Ueberdiess lässt sich diese letztere Gefahr, ganz abgesehen von der Form und Stärke des Gewölbes, deren Bestimmung immer als Hauptaufgabe der Theorie zu betrachten ist, auch durch Mittel rein constructiver Art (z. B. passenden Fugenschnitt, Verdollung der Schichten) abwenden. Aus beiden Gründen soll in der Folge vom Gleiten abstrahirt und nur auf das Gleichgewicht gegen Umkanten näher eingegangen werden.

§. 2.

Druckcurve.

**Erklärung.** — Denkt man die Anzahl der Gewölbefugen in's Unendliche vermehrt und auf einer jeden den Angriffspunkt des Mitteldrucks bestimmt, so entsteht eine Curve, welche, da sie ganz geeignet ist, die Druckvertheilung im Innern des Gewölbes anschaulich zu machen, „Druckcurve“ genannt wird.

**Bedingungen zur Construction der Druckcurve.** — Wie man diese Curve construiren kann, wenn ein Fugendruck vollständig gegeben ist, erhellt zur Genüge aus Fig. 2. Das dort eingezeichnete Kräfteparallelogramm hat man nämlich für jede Fuge B besonders zu construiren und erhält so eine Reihe von Punkten der gesuchten Curve. Die vollständige Kenntniss eines Fugendrucks schliesst aber drei Elemente in sich, nämlich Grösse, Richtung, und Lage des Angriffspunktes. Ebenso viele Bedingungen werden also auch zur Construction der Druckcurve erforderlich sein. Dieselben brauchen sich aber nicht auf eine und dieselbe Fuge zu beziehen, sondern es kann z. B. für eine Fuge die Richtung des Drucks, für zwei andere die Angriffspunkte gegeben sein, und dergl.

**Horizontalität des Scheiteldrucks in symetrischen Gewölben.** — Die vollständige Symetrie, welche hier nicht nur in Betreff der Gewölbeform, sondern auch der Belastungsweise vorausgesetzt werden soll, bringt es mit sich, dass der Druck in der (immer senkrecht zu denkenden) Scheitelfuge nicht anders als horizontal gerichtet sein kann; denn es ist kein Grund vorhanden, warum diese Richtung eher in dem einen, als in dem andern Sinne von der Horizontalen abweichen sollte. Hiedurch ist schon Eine von den drei obigen Bedingungen gegeben, und man braucht zur Construction der Curve nur noch zwei Punkte derselben zu kennen.

**Construction der Druckcurve symetrischer Gewölbe aus zwei Punkten von denen einer im Scheitel liegt.** —  $M_0$  und  $M_1$  Fig. 5 seien die gegebenen Punkte. Man bestimme zuerst die Resultante  $R_1$  der äusseren Kräfte am Gewölbe zwischen beiden Punkten. Am Gewölbstück  $M_0M_1$  greifen ausser dieser Resultante noch die Fugendrucke  $P_0$  in  $M_0$  und  $P_1$  in  $M_1$  an; vermöge des Gleichgewichtes schneiden sich diese drei Kräfte in Einem Punkte. Nun ist die Kraft  $R_1$  vollständig bekannt, ebenso die Lage von  $P_0$ , denn dieses ist horizontal und geht durch den Punkt  $M_0$ . Man hat also auch den gemeinsamen Durchschnittspunkt A. Durch Verbindung dieses Punktes mit  $M_1$  erhält man die Richtung von  $P_1$  und mittelst des Kräfteparallelogramms bei A endlich die Grösse beider Fugendrucke. Ist aber einmal  $P_0$  bekannt, so erhält man einen beliebig anderen Punkt M der Druckcurve durch Zusammensetzung von  $P_0$  mit der Resultate R der activen Kräfte des betreffenden Gewölbstücks  $M_0M$  mittelst des Kräfteparallelogramms bei B.

**Construction der Druckcurve symetrischer Gewölbe aus zwei Punkten ausserhalb des Scheitels.** —  $M$  und  $M_1$  Fig. 6 seien diese Punkte. Die Aufgabe wird auf die vorige zurückgeführt, somit als gelöst zu betrachten sein, wenn einmal die Höhe des Curvenpunktes im Scheitel gefunden ist. Diese Höhe muss aber so sein, dass die analog der Fig. 5 mit  $R, R_1, P_0, P, P_1$  bezeichneten Kräfte, den durch die Parallelogramme bei A und B ausgedrückten Gleichgewichtsbedingungen entsprechen. Zieht man nun durch  $M_1$  eine Horizontale bis zu den Durchschnittspunkten C, D und E mit den Kräften  $R_1, R$  und  $P$ , so folgt aus der Aehnlichkeit zweier Dreiecke:

$$ED:BD = P_0:R$$

oder auch, weil nach der Figur  $BD \cdot \cos \alpha = h$  ist:

$$ED : h = P_0 : R \cos \alpha.$$

In ganz gleicher Weise erhält man

$$M_1 C : h = P_0 : R_1 \cos \alpha_1.$$

Aus beiden Proportionen ergibt sich die dritte:

$$ED : M_1 C = R_1 \cos \alpha : R \cos \alpha.$$

Man kann also den Punkt E dadurch bestimmen, dass man die Länge ED nach dieser Proportion, nämlich so abträgt, dass sie sich zu  $M_1 C$  verhält, umgekehrt wie die betreffenden Verticalkräfte  $R_1 \cos \alpha_1$  und  $R \cos \alpha$ . Nachdem hiedurch die Lage EB der Kraft P gegeben ist, erhält man B als Durchschnittspunkt mit R, und sodann den zu suchenden Punkt  $M_0$  als auf einer Horizontalen liegend mit B.

Sind alle äusseren Kräfte senkrecht wirkende Belastungen, so werden die  $\alpha$  und  $\alpha_1 = 0$  und die vorhergehende Construction wird wesentlich einfacher.

**Elemente zur Construction der Druckcurve.** — Das Langwierigste ist die als Vorarbeit zu betrachtende Bestimmung der Kräfte R in Grösse und Lage. In den praktisch wichtigen Fällen handelt es sich gewöhnlich nur um das eigene Gewicht des Gewölbes und einer stetig auf seinem Rücken vertheilten Belastungsmasse. Nimmt man an, dass von letzterer immer nur der vertical über dem Rücken eines Gewölbstücks gelegene Theil dasselbe belaste, so ist jene Vorarbeit auf die Bestimmung von Flächen wie Fig. 7, und von deren verticalen Schwerlinien zurückgeführt. Da es hier auf keine sehr grosse Genauigkeit ankommt, so können vereinfachende Annäherungsmethoden Anwendung finden. Bekanntlich nimmt man zu diesem Zwecke häufig die Gewölbefugen senkrecht an, zerlegt die Fläche in verticale, als Trapeze zu berechnende Lamellen und bestimmt deren Schwerlinie mittelst des Seilpolygon's.

### §. 3.

## Mathematische Gewölbstärke.

**Erklärung.** Man denke sich ein Gewölbe von unendlich festem Material, welches sich nur in mathematischem Gleichgewichte befindet. Die Stärke desselben, welche vom Kämpfer bis zum Scheitel constant angenommen werden soll (so dass der Rücken parallel der Leibung ist), mag „die mathematische Stärke“ für die gegeben gedachte Belastung und Form der Leibungslinie heissen.

In einem solchen Gewölbe gibt es wegen des mathematischen Gleichgewichts nur Eine Druckcurve, daher eine Unbestimmtheit über die Druckvertheilung hiebei nicht stattfindet. Wegen der unendlichen Festigkeit reicht aber die Curve bis an die Gewölbegrenzen hin, d. h. sie trifft Rücken und Leibung, und zwar (eben weil nur Eine Curve möglich sein soll) beide abwechselnd.

**Beispiele.** — In den Figuren 8—15 sind mathematische Stärken von Halbkreisgewölben und beispielsweise angenommenen Formen von Stich-, Korb- und Spitzbögen aufgetragen.\* Als Belastung ist in den Figuren mit geraden Nummern (8, 10, 12 u. 14) nur das eigene Gewicht angenommen, in den Figuren mit ungeraden Nummern aber ausserdem eine über dem Gewölbrücken stetig vertheilte, in der Scheitelhöhe desselben horizontal abgegliche Masse, von welcher vorausgesetzt wird, dass sie der Gewölbmasse gleich schwer und vollkommen unfest sei, dass sie keinerlei Seitendruck ausübe, vielmehr nur vertikal wirke, so zwar, dass jeder Gewölbtheil den senkrecht über seinem Rücken befindlichen Belastungstheil direkt zu tragen habe.

**Bestimmung der mathematischen Gewölbstärke.** — Man nehme zuerst nach dem Gefühle eine mehr als mathematische Stärke an und construire durch Probiren diejenige Curve, welche, ohne irgendwo über das Ge-

\* Nach Méry, in den „Annales des Ponts et Chaussées“ vom Jahre 1841.